

Ces sortes de périls ne m'ont jamais arrêté,
et je hais ces coeurs pusillanimes qui, pour
trop prévoir les suites des choses, n'osent
rien entreprendre.

**Scapin (Les fourberies de Scapin,
Molière, 1671)**



7/10/2016

1

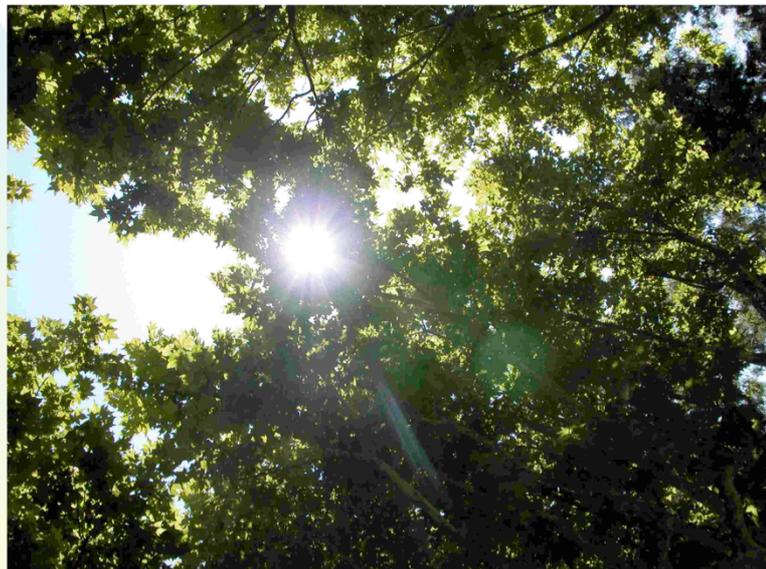
**Le bonheur ne demande
qu'à être cueilli: plein de
soleils à vos pieds!**



7/10/2016

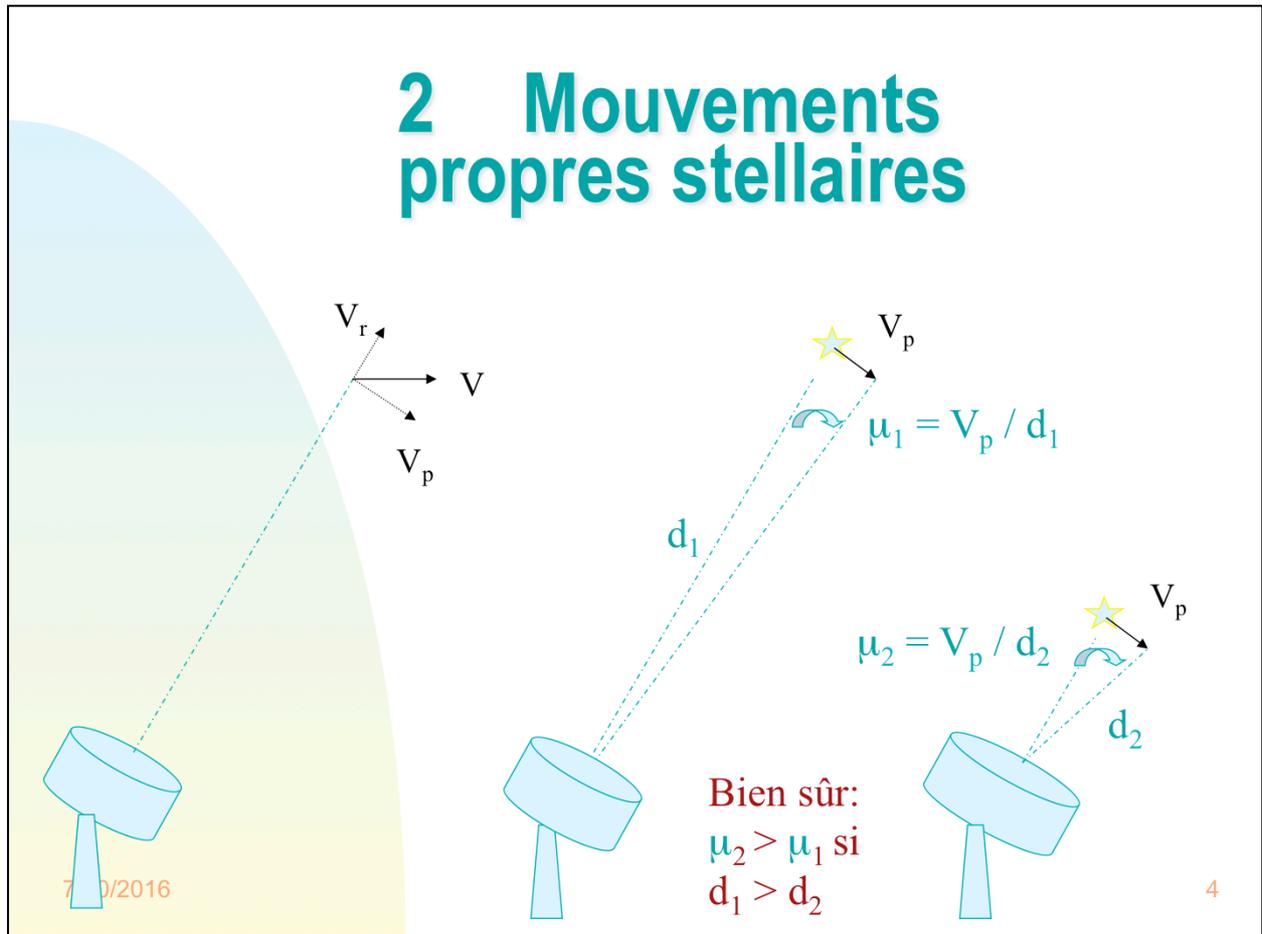
2

... et d'éclairs dans les arbres!



7/10/2016

3

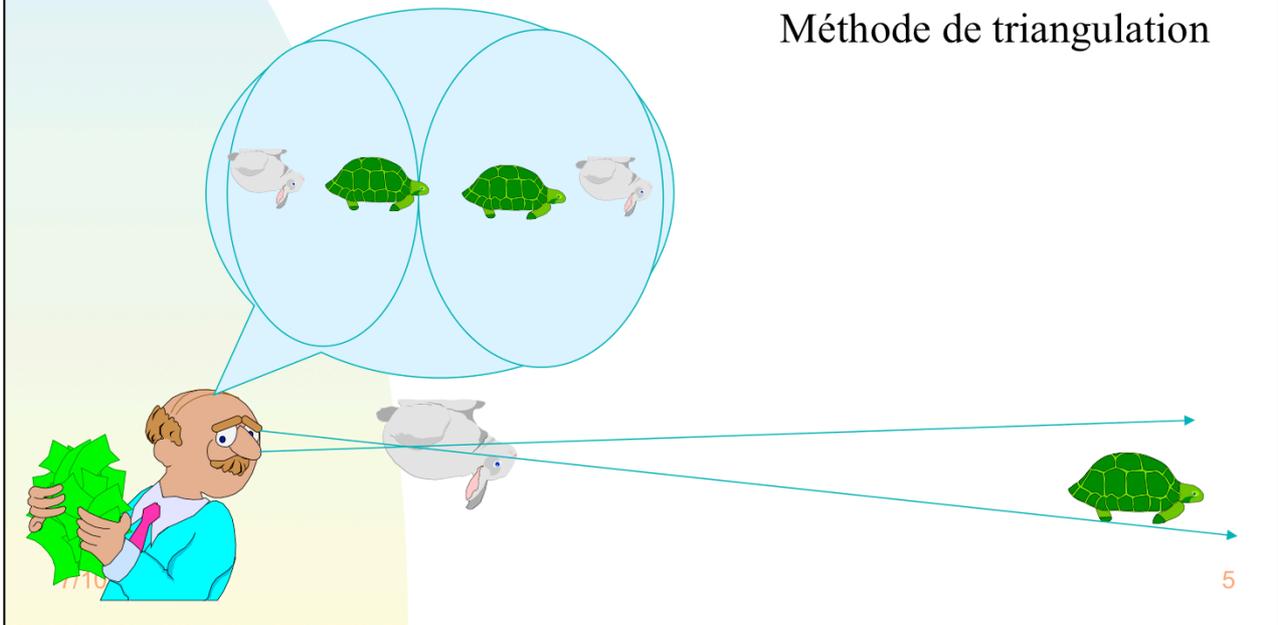


Les coordonnées équatoriales des étoiles peuvent changer au cours du temps non seulement à cause de la précession des équinoxes mais aussi suite à leurs mouvements dans l'espace. Seuls les mouvements perpendiculaires (appelés mouvements propres) à la ligne de visée seront angulairement détectables. Les mouvements le long de la ligne de visée ne conduiront pas à un changement des coordonnées angulaires des astres mais seulement à un très léger changement de leurs distances (à priori non perceptibles) et à une mesure possible de leurs vitesses radiales (en km/sec.). Les mouvements propres des astres sont mesurés au moyen des changements de leurs coordonnées équatoriales (ascension droite exprimée en secondes de temps et déclinaison en secondes d'arc) par unité de durée (cf. l'année). Plus une étoile est éloignée, plus il est difficile de détecter son mouvement propre (cf. Fig.).

3 Distances aux étoiles proches

■ 3.1 Distance du Soleil

Méthode de triangulation



3.1 Distance du Soleil:

D'habitude, on mesure les distances entre deux points en déterminant le nombre de fois qu'une longueur de référence (cf. le mètre) sépare ces points de référence (cf. les deux bouts d'une table, hauteur du sommet de la Tour Eiffel, etc.). Les choses se compliquent, si on essaie de mesurer la distance entre deux sommets de montagne. On ne peut pas tendre entre ces deux points une corde! On utilise alors la méthode de triangulation (voir Figs).

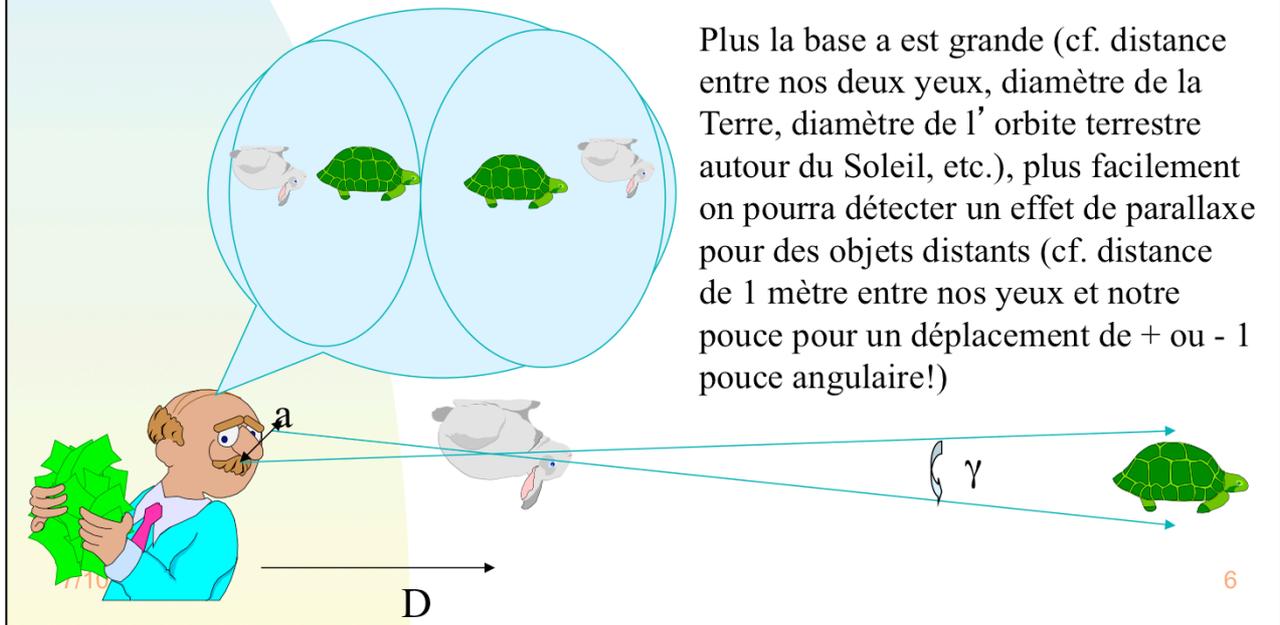
Selon que l'observateur représenté ci-dessus regarde avec son oeil gauche ou droit, il aperçoit le lapin (cf. une montagne d'avant-plan) à droite ou à gauche de la tortue (cf. paysage d'arrière-plan). Cet effet de parallaxe visuelle est d'autant plus prononcé que le lapin est proche de l'observateur. Les astronomes utilisent cette même technique pour estimer la distance d'étoiles proches (cf. lapins) sur un fond d'étoiles beaucoup plus éloignées (cf. tortues).

3 Distances aux étoiles proches

3.1 Distance du Soleil

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\gamma/2) &= (a/2)/D, \\ \gamma &\sim a/D. \end{aligned}$$

Plus la base a est grande (cf. distance entre nos deux yeux, diamètre de la Terre, diamètre de l'orbite terrestre autour du Soleil, etc.), plus facilement on pourra détecter un effet de parallaxe pour des objets distants (cf. distance de 1 mètre entre nos yeux et notre pouce pour un déplacement de + ou - 1 pouce angulaire!)



3.1 Distance du Soleil:

En mesurant par exemple la parallaxe diurne d'une planète (cf. Mars ou Vénus), lorsque celle-ci est assez proche de la Terre (cf. opposition + hypothèse d'orbite circulaire), on peut appliquer la troisième loi de Képler en vue de déterminer sa distance au Soleil et aussi la distance Terre-Soleil (i.e. l'unité astronomique, UA!),

$$P_{\text{Mars}}^2/b_{\text{Mars}}^3 = P_{\text{Terre}}^2/b_{\text{Terre}}^3, \quad (3.1.1)$$

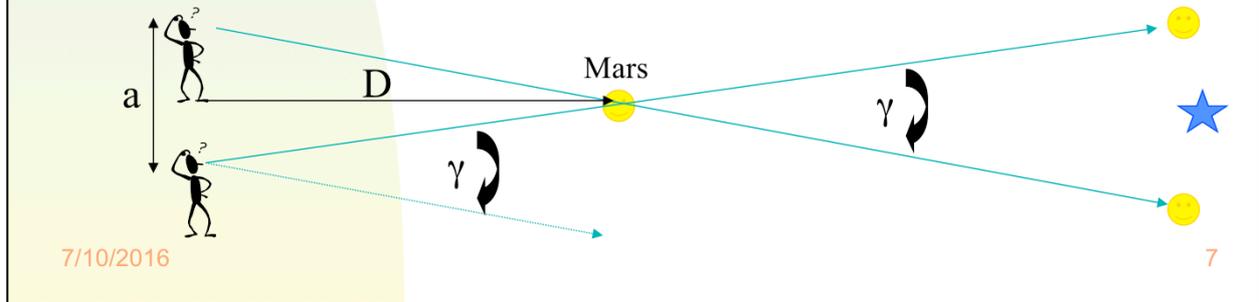
$$\text{avec } b_{\text{Mars}} = b_{\text{Terre}} + D_{\text{Terre-Mars}}. \quad (3.1.2)$$

Aujourd'hui, les distances Terre-planètes proches sont mesurées au moyen d'instruments très précis (cf. le radar, laser, etc.). On trouve que $1\text{UA} = 1,49 \cdot 10^{13} \text{ cm}$.

3 Distances aux étoiles proches

■ 3.1 Distance du Soleil

- ◆ Cassini (Mars, 1672; $\gamma \sim 25''$)
- ◆ Lalande et La Caille (Lune, 1751; 384.000 km)
- ◆ Echo radar/laser (Mercure, Vénus, Mars et à la Lune)



3.1 Distance du Soleil:

Cassini obtint la parallaxe (25") de Mars en 1672 au moyen de mesures basées sur la parallaxe diurne de Mars entre Cayenne et Paris (variation de la direction topocentrique de l'astre). En 1751, à partir d'observations menées de Berlin et de Bonne Espérance, Lalande et La Caille ont mesuré par la même méthode la distance Terre-Lune de l'ordre de 384.000 km. Actuellement, on mesure les distances aux planètes Mercure, Vénus, Mars et à la Lune par écho radar et/ou laser.

3 Distances aux étoiles proches (rappel)

■ 3.1 Distance du Soleil

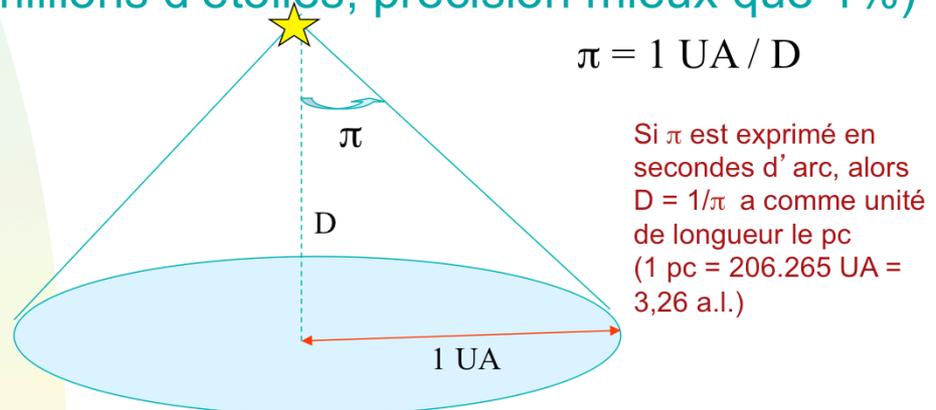
- **Redshift 2** (visite guidée 4), introduction imagée aux concepts de base de l'astronomie: 4. Les orbites dans le système solaire (écliptique, mouvement des planètes, lois de Képler, comètes, Jupiter, Shoemaker-Lévy), orbites
- **Redshift 2** (visite guidée 5), introduction imagée aux concepts de base de l'astronomie: 5. Histoire du système solaire (collapse, planétésimaux, planètes géantes et planètes internes, formation de la lune, astéroïdes, comètes, dinosaures), début de la cosmographie?
- **Redshift 2** (guide d'apprentissage), introduction imagée aux concepts de base de l'astronomie: 5. Système solaire

7/10/2016

8

3 Distances aux étoiles proches (rappel)

- 3.2 Parallaxes trigonométriques stellaires
 - ◆ Méthode de la parallaxe annuelle (étoiles)
 - ◆ Hipparcos (centaine de milliers d'étoiles, 100 pc)
 - ◆ Gaia (20 millions d'étoiles, précision mieux que 1%)



7/10/2016

9

3.2 Parallaxes trigonométriques stellaires:

Au cours d'une année, une étoile proche du pôle écliptique nord décrira dans le ciel un cercle dont la demi-ouverture angulaire (en radian) vaut:

$$\pi = 1 \text{ UA} / D,$$

avec D représentant la distance étoile-Soleil en UA (1 UA \sim 150 \cdot 10⁶ km). Si π est exprimée en seconde d'arc (i.e. en '' , 1 radian = 206.265 ''), on trouve que

$$\pi('') = 1/D,$$

où la distance D est mesurée en pc (1 pc = 206.265 UA = 3,26 années-lumière). Le parsec représente donc la distance à laquelle une étoile présente une parallaxe trigonométrique d'une seconde d'arc ..., ou encore, la distance Etoile-Soleil telle que le rayon Soleil-Terre projeté perpendiculairement par rapport à la ligne de visée apparaît (l'observateur étant sur l'étoile) sous un angle d'une seconde d'arc. L'étoile la plus proche (Proxima Centauri) se trouve à une distance d'environ 1 pc.

La mesure de π (angle de parallaxe) pour une étoile et la connaissance de la distance Terre-Soleil, nous permet alors de déduire directement la distance absolue de l'étoile. Cette méthode se généralise facilement pour le cas des étoiles non situées près d'un des pôles écliptiques.

La méthode de la parallaxe annuelle permet de mesurer les parallaxes d'étoiles, au moyen de télescopes au sol, avec une précision de l'ordre du centième de la seconde d'arc. Le satellite Hipparcos a permis d'atteindre des précisions de mesure de parallaxes proches de 0,002'', soit d'atteindre des distances de l'ordre de la centaine de parsec (i.e. observations réalisées pour une centaine de milliers d'étoiles). Un projet spatial européen, GAIA prévu

4 Brillances des étoiles (rappels)

- 4.1 Magnitudes apparentes
- 4.2 Couleurs des étoiles
- 4.3 Absorption atmosphérique
- 4.4 Corps noir
- 4.5 Radiation solaire
- 4.6 Magnitudes absolues des étoiles

7/10/2016

10

4 Brillances des étoiles

■ 4.1 Magnitudes apparentes

$$\Delta m_v(AB) = m_v(A) - m_v(B) = -2,5 \log(f_v(A)/f_v(B)),$$

$$m_v(A) = -2,5 \log(f_v(A)/f_v(\text{Véga})).$$

$$U = -2,5 \log(f_U) - 21,29$$

$$B = -2,5 \log(f_B) - 20,42$$

$$V = -2,5 \log(f_V) - 21,17$$

Mesurant les flux dans le CGS, on a pour Véga: $U = B = V \sim 0$

7/10/2016

11

4.1 Magnitudes apparentes:

L' échelle des magnitudes apparentes est logarithmique (cf. réponse de l' oeil, classement des étoiles par les anciens suivant leurs grandeurs). Etant donné que les étoiles les plus brillantes étaient considérées par les anciens comme des étoiles de grandeur 0 et les plus faibles visibles à l' oeil nu comme des étoiles de grandeur 5 et qu' une différence de 5 magnitudes entre deux étoiles correspond à un rapport de leurs flux stellaires de l' ordre de 100, la différence de magnitude entre deux étoiles A et B est aujourd' hui définie comme:

$$\Delta m_v(AB) = m_v(A) - m_v(B) = -2,5 \log(f_v(A)/f_v(B)). \quad (4.1.1)$$

Remarquez la présence du signe “-” pour respecter le sens du classement des grandeurs stellaires par les anciens grecs. La valeur de la constante 2,5 devant la fonction log permet bien entendu de rendre compte d' une différence de 5 mag. pour un rapport de flux égal à 100. Par convention, on a attribué une magnitude zéro, à toutes les longueurs d' onde, à l' étoile Véga, à partir de laquelle on peut par exemple déduire la magnitude visuelle de toute autre étoile:

$$m_v(A) = -2,5 \log(f_v(A)/f_v(\text{Véga})). \quad (4.1.2)$$

En réalité, $m_v(\text{Véga}) = 0,02 \pm 0,01$ (car on s' était d' abord servi d' une séquence d' étoiles polaires pour définir le point zéro). Pour information, $m_v(\text{Sirius}) = -1,6$ (car plus brillante que Véga) et $m_v(\text{Soleil}) = -26,7$. Les magnitudes apparentes sont souvent représentées par la lettre minuscule m, ... les magnitudes absolues, définies ci-après, le seront au moyen de la lettre majuscule M. On note toutefois les magnitudes m_u , m_b , m_v , m_r , etc. au moyen des lettres U, B, V, R, etc. correspondant aux bandes passantes respectives (ultraviolette, bleue, visuelle, rouge, etc.)

4 Brillances des étoiles

■ 4.2 Couleurs des étoiles

B-V	M_V	U-B
-0.3	-4.0	-1.08
-0.2	-1.6	-0.71
-0.1	-0.4	-0.32
0.0	0.6	0.00
0.1	1.4	0.10
0.2	2.1	0.11
0.3	2.7	0.07
0.4	3.3	0.01
0.5	4.0	0.03
0.6	4.6	0.13
0.7	5.2	0.26
0.8	5.8	0.43
0.9	6.3	0.63
1.0	6.7	0.81
1.1	7.1	0.96
1.2	7.5	1.10
1.3	8.0	1.22

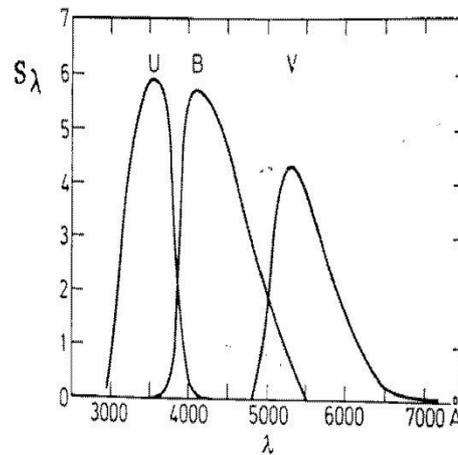


Fig. 4.1. The sensitivity function S_λ for the U, B, V magnitude scales, i.e. the relative intensities that would be measured through the U, B, V filters, for constant (wavelength independent) intensities I_λ , are shown. (From Unsöld, 1982.)

7/10/2016

12

4.2 Couleurs des étoiles:

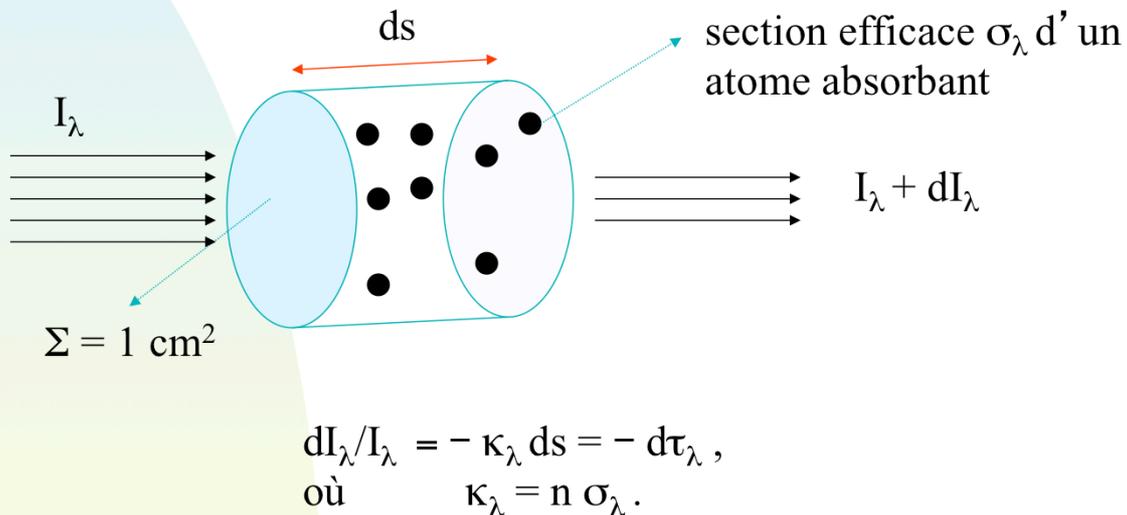
Suivant la réponse spectrale du détecteur utilisé (cf. œil, cliché photographique, CCD), la magnitude mesurée d'une étoile sera caractéristique de la longueur d'onde du maximum de sensibilité de ce détecteur (cf. m_V proche de V, m_{ph} proche de B, m_{CCD} proche de R, etc.). Etant donné que toutes les magnitudes apparentes (V, B, R, etc.) de Véga sont à peu près nulles, une étoile de même magnitude visuelle aura une magnitude bleue négative si cette dernière est plus bleue que Véga. Une étoile caractérisée par un indice de couleur B-V positif est donc forcément plus rouge que Véga.

Le système photométrique UBV est celui qui a été le plus utilisé. Dans ce système, les magnitudes apparentes U, B, V sont respectivement définies aux longueurs d'onde approximatives de 3600, 4300 et 5500 Å. Ce système est caractérisé par des bandes passantes relativement larges (environ 1000 Å) et est bien adapté à l'observation d'objets faibles. Il existe de nombreux autres systèmes photométriques (cf. système de Strömgen, système de Gunn, système de Genève, système du Sloan Digital Sky Survey, etc.). La table et la Fig. ci-dessus présentent les couleurs d'étoiles de la séquence principale (cf. sections suivantes) ainsi que les bandes passantes du système photométrique UBV.

Les couleurs intrinsèques des étoiles ne sont pas directement observables. Il faut en fait corriger les mesures effectuées des effets de l'absorption atmosphérique décrits ci-après (en effet, les étoiles basses sur l'horizon nous paraissent plus rouges qu'elles ne le sont en réalité). D'autres corrections, dues par exemple à l'extinction par de la poussière proche du plan de la Galaxie doivent aussi être considérées.

4 Brillances des étoiles

4.3 Absorption atmosphérique



7/10/2016

13

4.3 Absorption atmosphérique:

L'atmosphère absorbe la lumière des astres qui la traverse. Suivant la distance zénithale des étoiles, qui varie au cours du temps, cette absorption change. Nous devons donc corriger les magnitudes observées des étoiles de l'absorption atmosphérique. La fraction de lumière incidente dI_λ/I_λ qui est absorbée le long du parcours infinitésimal ds est proportionnel à la section efficace d'absorption σ_λ des atomes compris dans l'élément de volume infinitésimal $\Sigma(1 \text{ cm}^2) ds$. On a donc:

$$dI_\lambda/I_\lambda = -\kappa_\lambda ds = -d\tau_\lambda, \quad (4.3.1)$$

$$\text{où } \kappa_\lambda = n \sigma_\lambda, \quad (4.3.2)$$

n représentant la densité volumique des atomes, κ_λ le coefficient d'absorption volumique (unité: cm^{-1}) et $d\tau_\lambda$ l'élément de profondeur optique infinitésimal.

4 Brillances des étoiles

4.3 Absorption atmosphérique

Zénith

Sommet de l'atmosphère

Surface de la Terre

7/10/2016

$$I_{\lambda}(s) = I_{\lambda}(s=0) \exp(-\tau_{\lambda}(s))$$

$$\text{où } \tau_{\lambda}(s) = \int_0^s \kappa_{\lambda} ds',$$

$$\text{et } \kappa_{\lambda} = n \sigma_{\lambda}$$

$$\tau_{\lambda}(s) = \tau_{\lambda}(t) \sec(z)$$

14

4.3 Absorption atmosphérique:

L'équation (4.3.1) est facilement intégrable et on trouve que

$$I_{\lambda}(s) = I_{\lambda}(s=0) \exp(-\tau_{\lambda}(s)), \quad (4.3.3)$$

où

$$\tau_{\lambda}(s) = \int_0^s \kappa_{\lambda} ds'. \quad (4.3.4)$$

La profondeur optique $\tau_{\lambda}(s)$ le long du chemin s dépend de la distance zénithale z . En effet, pour le cas d'une atmosphère plane (voir fig. ci-dessus), on a $\cos(z) = t/s = dt'/ds'$, i.e. $ds' = dt'/\cos(z) = \sec(z) dt'$ et donc

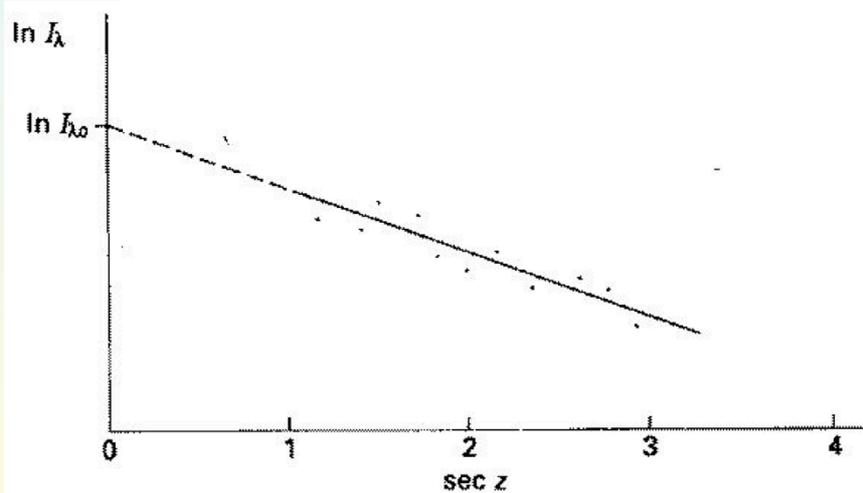
$$\tau_{\lambda}(s) = \int_0^s \kappa_{\lambda} ds' = \sec(z) \int_0^t \kappa_{\lambda} dt' = \sec(z) \tau_{\lambda}(t) \quad (4.3.5)$$

où $\tau_{\lambda}(t)$ est la profondeur optique mesurée suivant la direction zénithale.

4 Brillances des étoiles

■ 4.3 Absorption atmosphérique

$$\tau_\lambda(t) = (\ln(I_\lambda(s_1)) - \ln(I_\lambda(s_2))) / (\sec(z_2) - \sec(z_1))$$



7/10/2016

15

4.3 Absorption atmosphérique

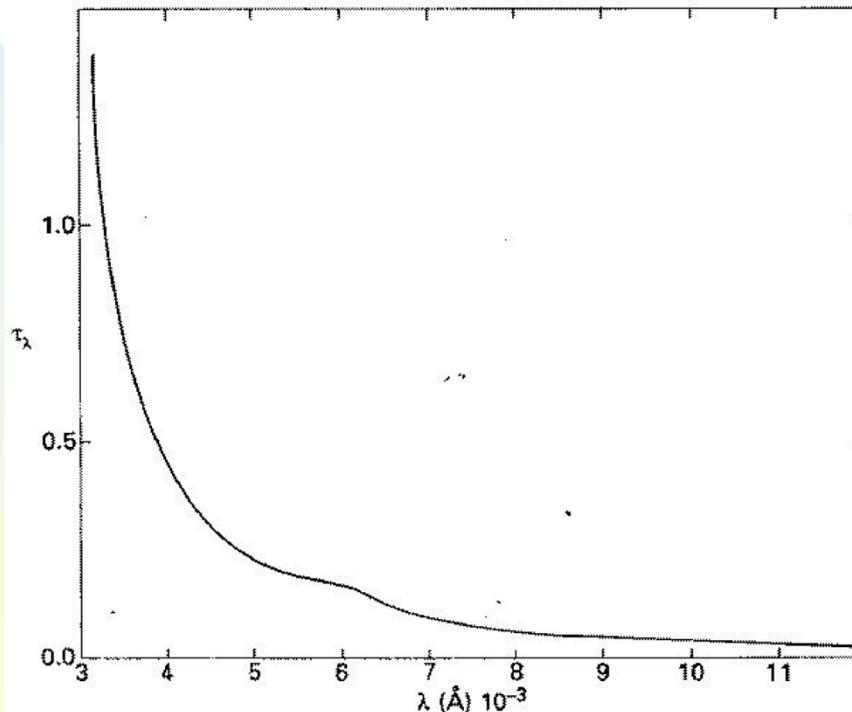
En vue de déterminer à partir de la mesure d'une observation $I_\lambda(s)$ la valeur de l'intensité $I_\lambda(0)$ de la source hors atmosphère, nous devons connaître la dépendance de $\tau_\lambda(t)$ en fonction de la longueur d'onde observée λ . Pour y arriver, on pourrait effectuer deux observations $I_\lambda(s_1)$ et $I_\lambda(s_2)$ de la même source aux distances zénithales z_1 et z_2 . A partir de celles-ci, on peut en effet déduire les deux inconnues $I_\lambda(0)$ et $\tau_\lambda(t)$. En effet, on trouve aisément que

$$\tau_\lambda(t) = (\ln(I_\lambda(s_1)) - \ln(I_\lambda(s_2))) / (\sec(z_2) - \sec(z_1)). \quad (4.3.6)$$

Etant donné qu'il y a toujours des erreurs de mesure, il est prudent d'effectuer plus de deux observations et de les représenter dans un diagramme tel celui montré à la Fig. ci-dessus. La ligne droite qui passe au mieux par les observations a pour équation $\ln(I_\lambda(s)) = \ln(I_\lambda(0)) - \sec(z) \tau_\lambda(t)$. La pente de cette droite vaut donc $-\tau_\lambda(t)$ et la valeur de $\ln(I_\lambda(0))$ découle immédiatement de l'extrapolation de $\ln(I_\lambda(s))$ pour la valeur hypothétique de $\sec(z)=0$.

4 Brillances des étoiles

■ 4.3 Absorption atmosphérique



7/10/2016

16

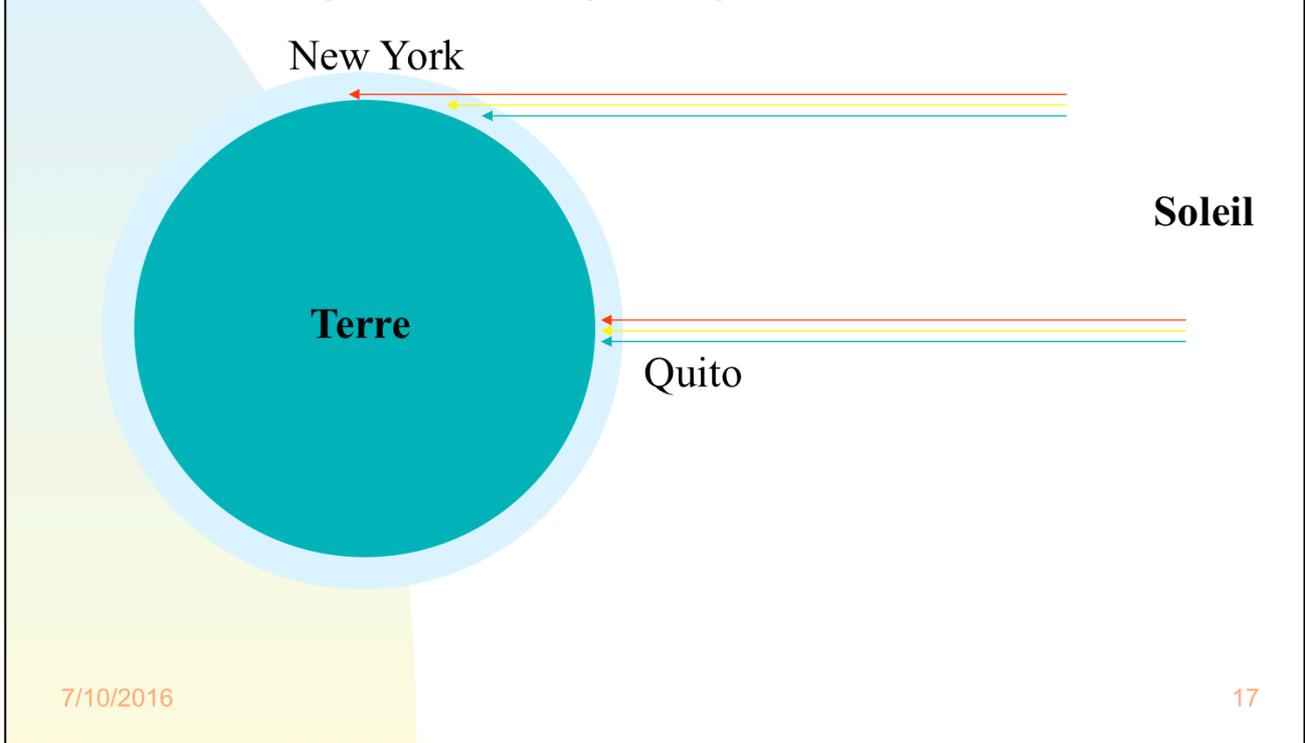
4.3 Absorption atmosphérique:

A cause de la géométrie sphérique (et non plane) de l'atmosphère terrestre et aussi suite aux effets importants de la réfraction de la lumière lorsque la distance zénithale devient appréciable ($\sec(z) > 2$), la relation $\tau_\lambda(s)/\tau_\lambda(t) = \sec(z)$ (cf. Eq. 4.3.5) ne constitue plus une bonne approximation. Le vrai rapport $\tau_\lambda(s)/\tau_\lambda(t)$ s'appelle la masse d'air. Pour $\sec(z) < 2$, la différence entre la vraie masse d'air et $\sec(z)$ reste inférieure au dixième de pourcent. Remarquons aussi que la détermination simple de l'extinction atmosphérique discutée ci-avant n'est pas applicable au cas de la photométrie à bandes passantes larges (cf. système UBV). Un traitement plus élaboré est alors nécessaire.

Les figure ci-dessus illustre la dépendance de l'absorption atmosphérique terrestre en fonction de la longueur d'onde λ . On remarque que pour des longueurs d'onde λ très grandes, l'atmosphère est très peu opaque. Par contre, pour $\lambda < 3300 \text{ \AA}$, l'atmosphère n'est plus du tout transparente.

4 Brillances des étoiles

■ 4.3 Absorption atmosphérique



4.3 Absorption atmosphérique:

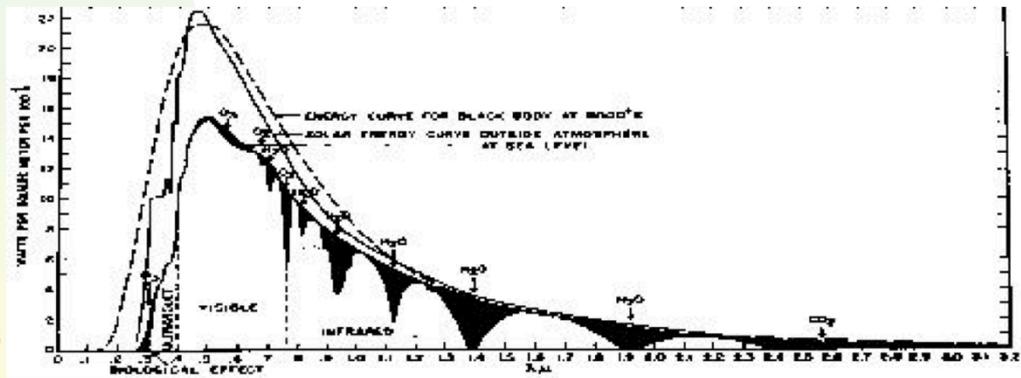
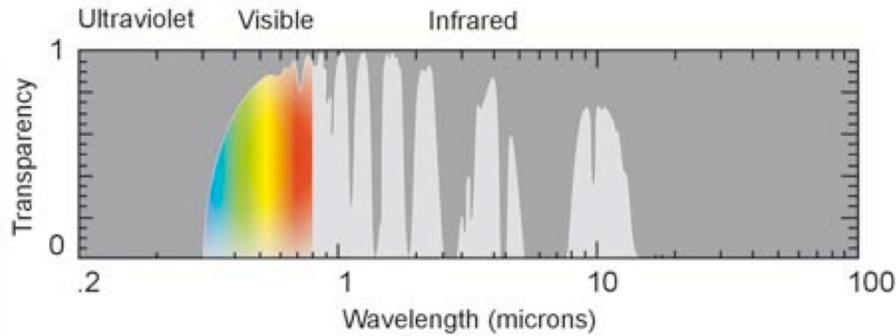
La dépendance observée de τ_λ en fonction de λ , causée par la diminution de la section efficace de diffusion de la lumière des atomes en fonction de λ , permet de comprendre pourquoi le ciel est bleu ... et le Soleil rouge lorsqu'il est bas sur l'horizon (lever ou coucher du Soleil)!

A Quito (cf. Fig. ci-dessus), à midi, les rayons du Soleil parcourent un trajet minimum au travers de l'atmosphère terrestre. Bien que les rayons bleus soient plus diffusés que les rouges, le Soleil nous apparaît jaune. A New York, les rayons du Soleil traversent une couche d'air beaucoup plus grande. Les rayons bleus sont beaucoup plus diffusés que les rayons rouges ... ce qui confère une couleur beaucoup plus rouge au Soleil levant ... et la couleur bleue du ciel.

Si la composition chimique de l'atmosphère était telle que les atomes hypothétiques la composant sont caractérisés par une section efficace de diffusion de la lumière croissante en fonction de la longueur d'onde, alors le ciel aurait été rouge ... et le Soleil très bleu à son lever ou à son coucher.

4 Brillances des étoiles

4.3 Absorption atmosphérique



4.3 Absorption atmosphérique:

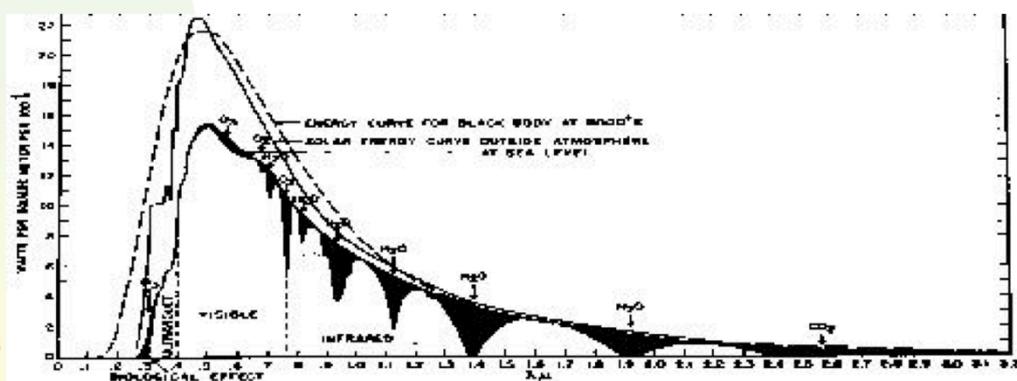
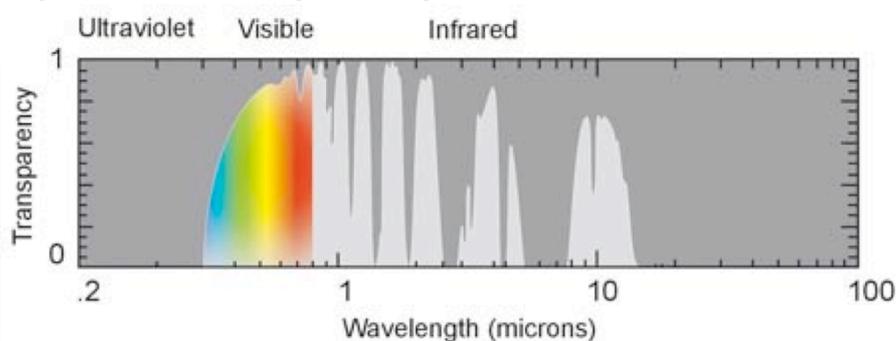
Si on corrige le spectre solaire observé de la courbe d'absorption atmosphérique (absorptions moléculaires incluses), le spectre (voir Fig. ci-dessus; flux en fonction de la longueur d'onde en micron) résultant ressemble très fort à celui d'un corps noir ayant une température proche de 5800 K.

4 Brillances des étoiles (rappels)

- 4.1 Magnitudes apparentes
- 4.2 Couleurs des étoiles
- 4.3 Absorption atmosphérique
- 4.4 Corps noir
- 4.5 Radiation solaire
- 4.6 Magnitudes absolues des étoiles

4 Brillances des étoiles

4.3 Absorption atmosphérique



7/10/2016

20

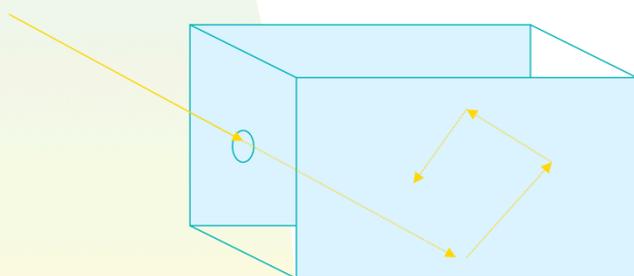
4.3 Absorption atmosphérique:

Si on corrige le spectre solaire observé de la courbe d'absorption atmosphérique (absorptions moléculaires incluses), le spectre (voir Fig. ci-dessus; flux en fonction de la longueur d'onde en micron) résultant ressemble très fort à celui d'un corps noir ayant une température proche de 5800 K.

4 Brillances des étoiles

■ 4.4 Corps noir

On peut réaliser, au moins conceptuellement, un corps noir en perçant une boîte (parfaitement isolée du monde extérieur) d'un petit trou qui ne laisse ressortir vers l'extérieur aucune radiation de l'intérieur. Au bout d'un certain temps, un état d'équilibre thermodynamique s'établit. C'est effectivement le cas pour un corps noir (par définition).



7/10/2016

21

4.4 Corps noir:

4.4.1. Définition du corps noir et équilibre thermodynamique (E.T.):

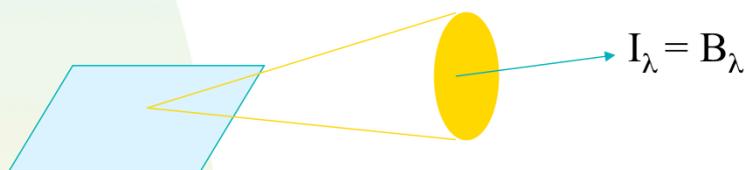
Les différentes couleurs observées pour les étoiles dépendent-elles de certains paramètres physiques bien précis qui les caractérisent? Pour pouvoir répondre à cette question, il serait utile de pouvoir comparer les couleurs stellaires à celles d'objets terrestres facilement paramétrisables. Une source idéale de lumière est celle d'un corps noir dont les propriétés ne dépendent que de sa température absolue.

Qu'est-ce qu'un corps noir? un corps parfaitement absorbant. Ceci ne veut pas dire que ce corps doit nécessairement nous apparaître noir. En effet, la plaque chauffante d'une cuisinière électrique, rougit, jaunit, bleuit, lorsqu'on augmente sa puissance de chauffage. Cependant, celle-ci continue d'absorber -presque parfaitement- toute radiation extérieure, comme lorsqu'elle est éteinte (belle expérience à réaliser dans la cuisine en soirée mais **ne pas oublier d'éteindre la plaque à la fin de l'expérience!**). Plus la plaque devient chaude et plus elle devient bleue. En est-il de même pour les étoiles?

On peut aussi imaginer fabriquer un corps noir de la façon suivante (cf. Fig.). Perçons d'un petit trou une des parois d'une boîte (cf. les vitres sombres d'un building). Ce trou absorbe (presque idéalement) toute radiation venant de l'extérieur. Si les parois de la boîte sont parfaitement isolées et si nous attendons suffisamment longtemps, on peut s'imaginer qu'un état d'équilibre va s'installer. Nous dirons alors que la boîte a atteint un état d'équilibre thermodynamique (E.T.). En physique, nous appellerons une boîte percée d'un tel trou un corps noir si et seulement si un état d'équilibre thermodynamique s'établit.

4 Brillances des étoiles

■ 4.4 Corps noir



$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

7/10/2016

22

4.4 Corps noir:

L'E.T. caractérise en réalité l'état d'équilibre d'un ensemble de particules et de photons soumis à leurs interactions mutuelles dans une enceinte fermée (ou ce qui revient au même, présentant une épaisseur optique infinie à toutes les longueurs d'onde). Dans cet état, les particules et les photons ont la distribution d'énergie la plus probable, qui correspond à la micro-réversibilité de tous les processus élémentaires d'interactions, chaque processus étant immédiatement compensé par son processus inverse. Par exemple, la transition induite par une collision avec un électron, entre deux états discrets A et B d'un atome, est balancée par une transition de B vers A par collision avec un autre électron.

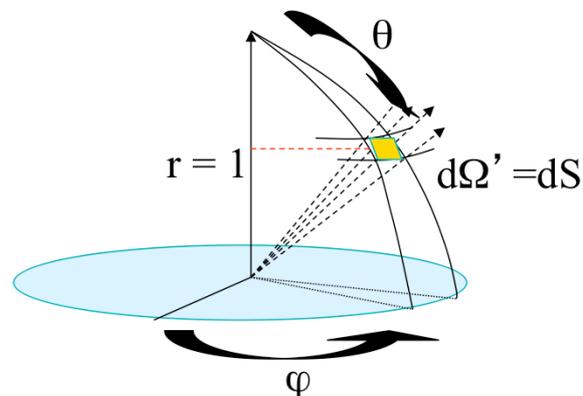
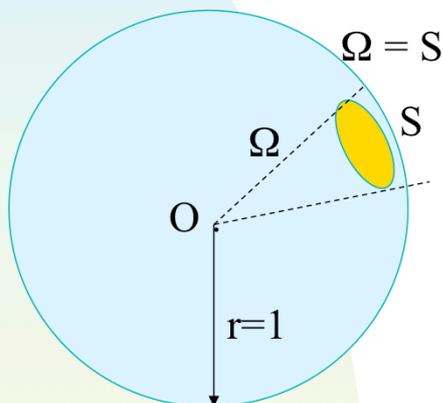
4.4.2. Distribution d'énergie d'un corps noir:

Définissons tout d'abord l'intensité spectrale I_{λ} du champ radiatif (cf. Fig.) comme étant la quantité d'énergie spectrale émise par unité de temps (cf. $\Delta t = 1$ s), d'intervalle de longueur d'onde (cf. $\Delta \lambda = 1$ Å), de surface (cf. $\Delta S = 1$ cm²) du corps émetteur le long d'une direction perpendiculaire à celle-ci à l'intérieur d'un cône sous-tendant un angle solide unitaire (cf. $\Delta \omega = 1$ stéradian). En pratique, l'intensité spectrale ainsi définie - $I_{\lambda} = \Delta E / (\Delta S \Delta t \Delta \lambda \Delta \omega)$ - est la quantité d'énergie ΔE normalisée pour des intervalles infinitésimaux de temps Δt , de longueur d'onde $\Delta \lambda$, de surface ΔS et d'angle solide $\Delta \omega$. En effet, I_{λ} pourrait très bien présenter des variations rapides en fonction du temps, de la longueur d'onde, de la position sur le corps émetteur ou de la direction considérée. Pour le cas d'un corps noir émetteur, Max Planck a montré que, dans le cadre de la mécanique statistique de Bose-Einstein qui régit le comportement des photons, $I_{\lambda} = B_{\lambda}$, où

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

4 Brillances des étoiles

Remarques sur les angles solides (appendice):



$$\begin{aligned} d\Omega' &= dS = r \sin(\theta) d\varphi r d\theta \\ &= \sin(\theta) d\varphi d\theta \end{aligned} \quad (\text{A.1.6})$$

$$\Omega = \int d\Omega' = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = 4\pi$$

7/10/2016

23

Remarques sur les angles solides (appendice):

Soit $r = 1$, le rayon d'une sphère unitaire au centre de laquelle se trouve un observateur. On définit l'angle solide Ω comme étant la surface S de la sphère sous-tendue par un contour arbitraire imaginé par l'observateur (Fig. ci-dessus)

$$\Omega = S.$$

Par rapport à un système de coordonnées sphériques, un élément infinitésimal d'angle solide $d\Omega'$ vaut donc ($r = 1$)

$$\begin{aligned} d\Omega' &= dS = r \sin(\theta) d\varphi r d\theta, \\ &= \sin(\theta) d\varphi d\theta. \end{aligned}$$

(A.1.6)

Si on intègre cette dernière expression sur tout le ciel, on trouve bien évidemment que

$$\Omega = \int d\Omega' = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = 4\pi$$

En particulier, on trouve que pour des milieux à symétrie axiale $\varphi \in [0, 2\pi]$,

$$d\Omega' = 2\pi \sin(\theta) d\theta, \quad (\text{A.1.7})$$

et si $\theta \in [0, \theta_0]$,

$$\Omega' = 2\pi (1 - \cos(\theta_0)). \quad (\text{A.1.8})$$

Nous servant de la définition de l'intensité spécifique, nous pouvons maintenant démontrer son invariance lorsqu'il n'y a pas de déperdition d'énergie le long du chemin parcouru.

4 Brillances des étoiles

Remarques sur les angles solides (appendice):

Un angle solide de $41.253 \text{ deg}^2 (= 4\pi (180/\pi)^2)$ couvre l'entièreté du ciel.

La lune (ou le Soleil) nous présente un angle solide de $0,2 \text{ deg}^2$.

Il faudrait environ 200 000 Soleil (ou Lunes) pour couvrir tout le ciel.

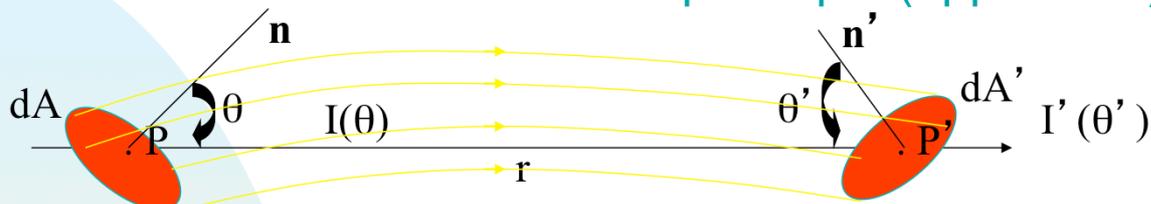
7/10/2016

24

$$\Omega = \int d\Omega' = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = 4\pi$$

4 Brillances des étoiles

■ Conservation de l'intensité spécifique (appendice)



$$dE = I \cos(\theta) dA d\Omega. \quad (\text{A.1.9})$$

$$dE' = I' \cos(\theta') dA' d\Omega'. \quad (\text{A.1.10})$$

$$I \cos(\theta) dA d\Omega = I' \cos(\theta') dA' d\Omega'. \quad (\text{A.1.11})$$

$$\text{Or } d\Omega = dA' \cos(\theta') / r^2 \text{ et } d\Omega' = dA \cos(\theta) / r^2. \quad (\text{A.1.12})$$

$$I \cos(\theta) dA dA' \cos(\theta') / r^2 = I' \cos(\theta') dA' dA \cos(\theta) / r^2, \quad (\text{A.1.13})$$

$$I(\theta) = I'(\theta'). \quad (\text{A.1.14})$$

7/10/2016

25

Conservation de l'intensité spécifique (monochromatique):

Démontrons donc maintenant que l'intensité spécifique se conserve. Considérons les deux surfaces dA et dA' ayant pour normales respectives \mathbf{n} et \mathbf{n}' (cf. Fig. ci-dessus). Supposons qu'il existe un même rayonnement traversant ces deux surfaces suivant la direction \mathbf{r} et que celle-ci fait respectivement les angles θ et θ' avec \mathbf{n} et \mathbf{n}' . La quantité d'énergie dE traversant dA suivant la direction θ et à l'intérieur de l'angle solide $d\Omega$ tel que $d\Omega$ soit l'angle solide qui voit dA' à partir de P est donnée par:

$$dE = I \cos(\theta) dA d\Omega. \quad (\text{A.1.9})$$

C'est la quantité d'énergie passant à la fois par dA et dA' .

De même, la quantité d'énergie dE' traversant dA' suivant la direction θ' et à l'intérieur de l'angle solide $d\Omega'$ tel que $d\Omega'$ soit l'angle solide qui voit dA à partir de P' est donnée par:

$$dE' = I' \cos(\theta') dA' d\Omega'. \quad (\text{A.1.10})$$

Etant donné que dE et dE' expriment les mêmes quantités d'énergie passant par dA et par dA' , nous pouvons écrire

$$I \cos(\theta) dA d\Omega = I' \cos(\theta') dA' d\Omega'. \quad (\text{A.1.11})$$

Or

$$d\Omega = dA' \cos(\theta') / r^2 \text{ et } d\Omega' = dA \cos(\theta) / r^2. \quad (\text{A.1.12})$$

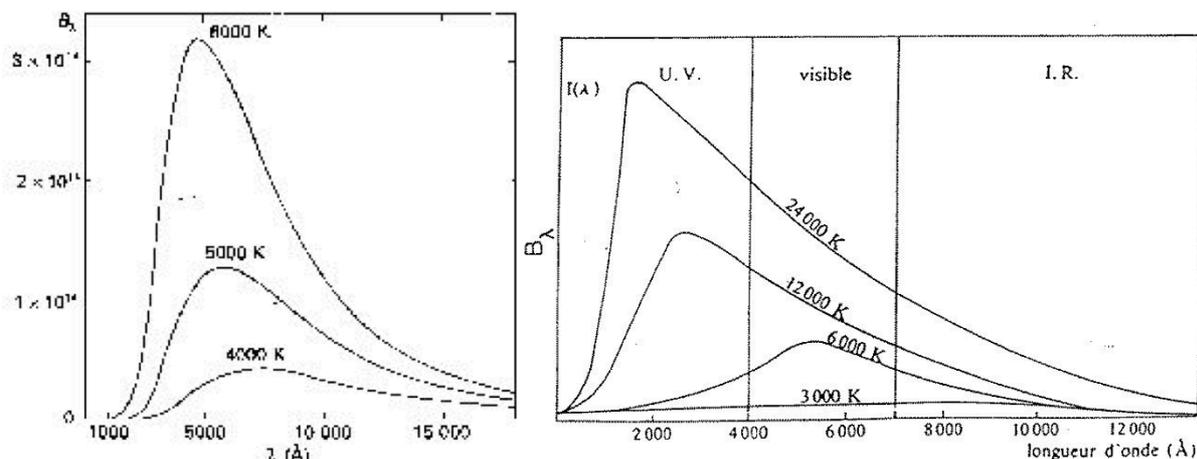
Remplaçant (A.1.12) dans (A.1.11), il vient donc

$$I \cos(\theta) dA dA' \cos(\theta') / r^2 = I' \cos(\theta') dA' dA \cos(\theta) / r^2, \quad (\text{A.1.13})$$

$$\text{et finalement } I = I' \quad (\text{A.1.14})$$

4 Brillances des étoiles

4.4 Corps noir



7/10/2016

26

4.4 Corps noir:

La distribution d'énergie spectrale de Planck ne dépend que de la température absolue T du corps noir, indépendamment de la nature de ses parois ou de son contenu et des constantes de Boltzmann $k = 1,3806 \cdot 10^{-16}$ erg K^{-1} , de Planck $h = 6,6262 \cdot 10^{-27}$ erg s et de la vitesse de la lumière dans le vide $c = 2,99793 \cdot 10^{10}$ cm s^{-1} . En se rappelant que $I_\nu d_\nu = -I_\lambda d_\lambda$ (avec $\nu = c/\lambda$) il est aussi aisé d'expliciter l'intensité spectrale I_ν du corps noir en fonction de la fréquence ν de la lumière

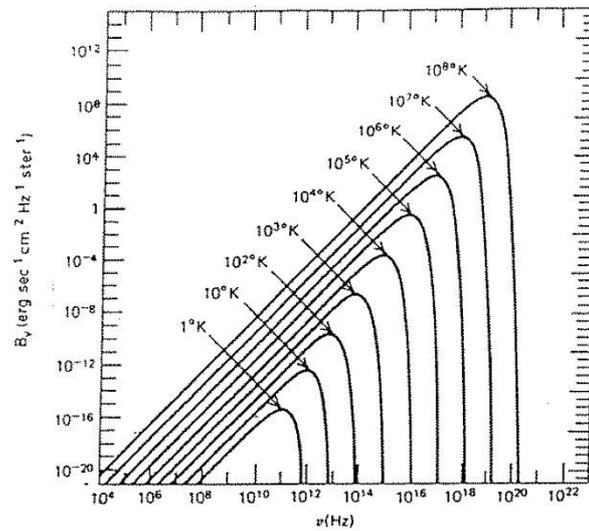
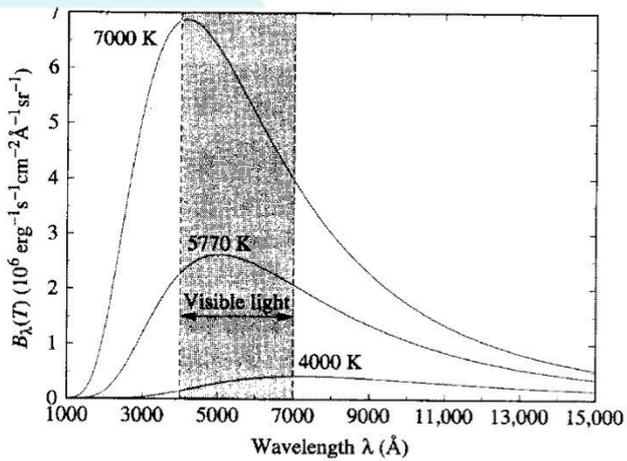
$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (4.4.2)$$

La distribution B_ν (resp. B_λ) est une fonction croissante de T à toute fréquence (resp. longueur d'onde) dont le maximum se déplace vers les hautes fréquences (resp. courtes longueurs d'onde).

Les figures suivantes représentent la distribution spectrale du rayonnement de Planck donnée par les formules précédentes pour diverses valeurs de la température T .

4 Brillances des étoiles

4.4 Corps noir



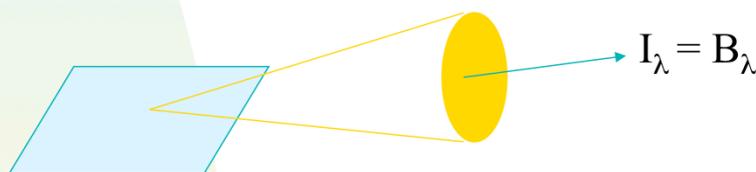
7/10/2016

27

4.4 Corps noir: Observez ci-dessus les représentations logarithmiques des distributions B_ν versus ν en fonction de la température T . Qu'êtes-vous tentés de conclure?

4 Brillances des étoiles

■ 4.4 Corps noir



$$B = \int B_{\lambda} d\lambda = \int \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda = \sigma T^4 / \pi$$

7/10/2016

28

4.4 Corps noir:

4.4.3. Brillance d'un corps noir

Comme pour la quantité d'énergie totale libérée par la plaque chauffante de la cuisinière électrique, on peut montrer que l'intensité spectrale d'un corps noir intégrée sur tout le domaine des longueurs d'onde est une fonction (extrêmement) croissante de la température absolue T .

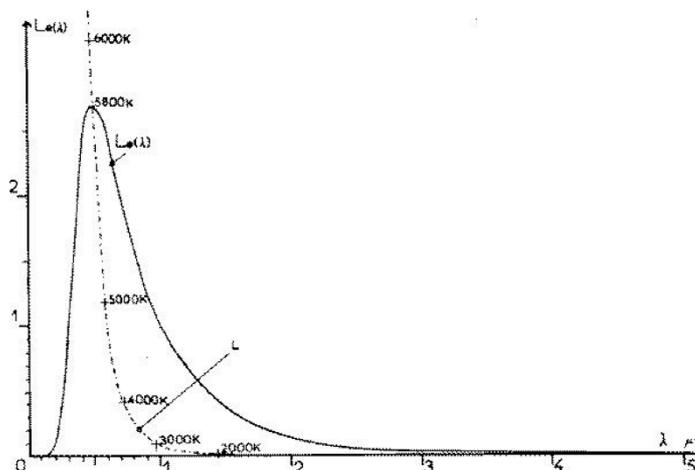
On peut en effet établir (exercice) que:

$$B = \int B_{\lambda} d\lambda = \int \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda = \sigma T^4 / \pi \quad (4.4.2)$$

où σ est la célèbre constante de Stefan-Boltzmann qui vaut $5,6696 \cdot 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ (pour rappel $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$, $1 \text{ erg/s} = 10^{-7} \text{ W}$). On pose aussi $\pi B = F$ où F est appelé le flux.

4 Brillances des étoiles

4.4 Corps noir



- ◆ $\lambda_{\max} T = 29$ (W)
- ◆ pour $h\nu \ll kT$, $B_\lambda = 2c kT \lambda^{-4}$ (R-J)
- ◆ pour $h\nu \gg kT$, $B_\lambda = 2hc^2 \exp(-hc/(\lambda kT))\lambda^{-5}$ (W)

7/10/2016

29

4.4 Corps noir:

4.4.4. Loi de déplacement de Wien:

La longueur d'onde λ_{\max} caractérisant le maximum de l'intensité définie par intervalle de longueur d'onde résulte de la solution de l'équation $dB_\lambda/d\lambda = 0$. On trouve alors que

$$\lambda_{\max} T = 29, \quad (4.4.3)$$

connue comme la loi du déplacement de Wien, où λ_{\max} est exprimée en millier d'Å et T en millier de K (ex: pour $T = 6$, on trouve que $\lambda_{\max} \sim 5$ mille Å). On peut facilement estimer la température d'un astre, supposé briller comme un corps noir, en appliquant cette loi.

Pour une même température T, les deux figures précédentes (abscisses en λ ou ν) correspondent à des maxima d'intensité un peu différents (savoir expliquer!).

Aux petites et aux grandes énergies, on peut approximer la fonction de Planck comme suit:

$$\text{- pour } h\nu \ll kT, \text{ on obtient } B_\lambda = 2c kT \lambda^{-4}, \quad (4.4.4)$$

connue comme l'approximation de Rayleigh-Jeans en radioastronomie. Remarquons que dans ce cas, la fonction $\log(B_\lambda)$ se réduit à une droite de pente -4 par rapport à la variable $\log(\lambda)$ et qu'un changement de la température T se traduit par une simple translation de cette droite dans un diagramme $\log(B_\lambda) - \log(\lambda)$.

$$\text{- Pour } h\nu \gg kT, \text{ on obtient } B_\lambda = 2hc^2 \exp(-hc/(\lambda kT)) \lambda^{-5}, \quad (4.4.5)$$

connue comme l'approximation de Wien (domaine X).

4 Brillances des étoiles

■ 4.4 Corps noir

- $I_\nu = B_\nu(T_b)$ Température de brillance
- $dI_\nu/d\nu = dB_\nu(T_c)/d\nu$ Température de couleur
- $\pi I = \pi \int I_\nu d\nu = \pi \int B_\nu d\nu = \pi B = \sigma T_{\text{eff}}^4$
Température effective

7/10/2016

30

4.4 Corps noir:

A partir de la fonction de Planck, on peut définir plusieurs températures caractérisant la distribution d'énergie des particules et des photons, lorsque le milieu n'est pas à l'E.T. (voir plus loin). Par exemple, la température de brillance T_b est définie de telle façon que $I_\nu = B_\nu(T_b)$. On définit également la température de couleur T_c comme la température du corps noir présentant la même variation d'intensité avec la fréquence que l'intensité sortant du milieu $dI_\nu/d\nu = dB_\nu(T_c)/d\nu$ (dans le visible, le ciel bleu possède une température T_c proche de 25000°K). On définit également la température effective T_{eff} de telle façon que $\pi I = \pi B = \sigma T_{\text{eff}}^4$. Remarquons finalement que dans un milieu à l'E.T., toutes ces températures sont égales (cf. les diverses températures mesurées pour le fond de radiation cosmologique à $2,7^\circ \text{K}$).

4 Brillances des étoiles

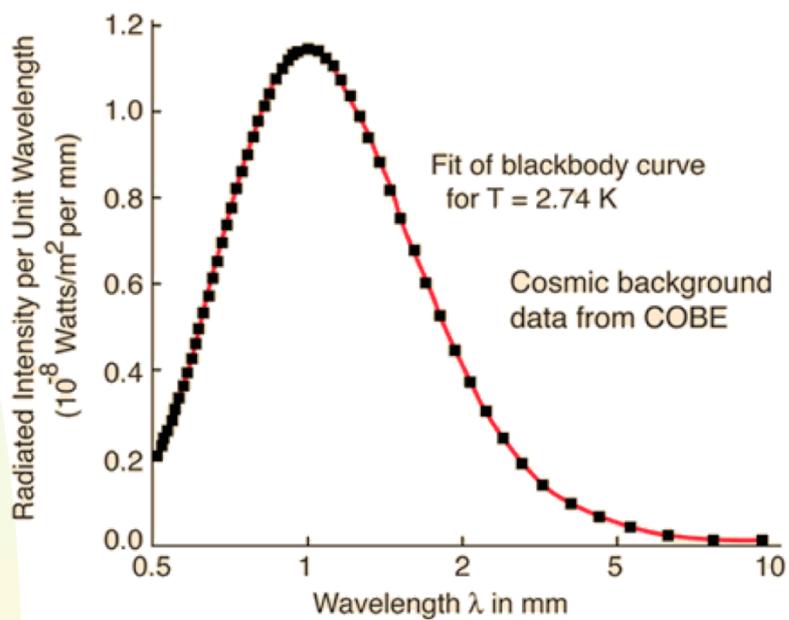
- 4.4 Corps noir



7/10/2016

4 Brillances des étoiles

4.4 Corps noir



7/10/2016

32