This page intentionally left blank.

*Séance du 11 novembre 1843.*

M. Catalan communique les recherches suivantes *sur quelques propriétés de l'héliçoïde à plan directeur*.

Si l'on prend pour axe des $z$ l'axe du cylindre sur lequel est tracée l'hélice directrice, et si l'on choisit une unité convenable, l'équation de l'héliçoïde pourra être mise sous la forme :

$$z = arc.\ tang\ \frac{y}{x}\ (1)$$

Généralement, la détermination de la ligne minimum entre deux points, sur une surface quelconque, est un problème insoluble : pour l'héliçoïde, il se simplifie considérablement.

En effet, en prenant des coordonnées polaires $u$ et $\omega$, et posant $u = tang.\ v$, on trouve d'abord, pour intégrale première de l'équation différentielle du second ordre qui représente la projection de la courbe cherchée,

$$d\omega = \frac{dv}{\sqrt{sin^2 v + c}}\ (2)$$

$c$ étant la constante arbitraire.

Cette formule ne peut être intégrée sous forme finie que dans le cas de $c = 0$. Elle donne alors, pour la projection de la ligne minimum,

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{2}\left(e^{\omega} - e^{-\omega}\right)\ (3)$$

Selon que la constante $c$ est positive ou négative, l'équation (2) représente des courbes fort différentes entre elles, que l'on peut construire à l'aide des tables elliptiques.

La courbe minimum représentée par l'équation (3) peut être regardée comme intermédiaire entre les courbes des deux autres genres : elle a une liaison remarquable avec les lignes de courbure de l'héliçoïde, lesquelles sont représentées par l'équation

$$\pm u = \frac{1}{2}\left(e^{\omega} - e^{-\omega}\right)\ (4)$$

Enfin, si l'on cherche quelle est, sur l'héliçoïde, la ligne de longueur donnée qui renferme une aire maximum, on trouve, pour intégrale première,

$$d\omega = \frac{V\,dv}{\sqrt{4m^2 - V^2 \cos^2 v}} \quad (5)$$

en employant les mêmes notations que ci-dessus, et en posant de plus,

$$V = \log\left(b\,\frac{1 + \sin v}{\cos v}\right) + \frac{\sin v}{\cos^2 v}$$

$m$ et $c$ sont des constantes.

*Séance du 25 novembre 1843.*

HYDRODYNAMIQUE : *Nouveau moteur hydraulique.* — M. de Caligny dépose une note sur un moyen d'appliquer son nouveau moteur hydraulique à une grande chute d'eau, et de le transformer, si l'on veut, en machine aspirante ou élévatoire. On renvoie pour abréger à l'article précédent sur cette matière. (Séance du 4 novembre dernier; *Institut*, n° 517.)

Il n'est pas nécessaire de creuser le sol à une profondeur analogue à la hauteur de la chute motrice pour pouvoir faire fonctionner l'appareil. En effet, pour faire remonter la colonne liquide oscillante jusqu'à la vanne annulaire, au lieu de se procurer une oscillation remontante au moyen de la profondeur d'où elle part, on peut se procurer cette oscillation en faisant remonter l'eau dans une branche de syphon qui s'élève au-dessus du bief inférieur. Il suffira alors d'ouvrir périodiquement une vanne ou soupape, cylindrique ou autre, au bas de cette seconde branche pour que l'eau motrice descendue par la première s'y écoule en temps convenable. Cette seconde soupape pourra être tout simplement liée à la première par une corde passant sur des poulies, qui la fera fermer en même temps que la première.

Si la seconde soupape est horizontale, on pourra enfoncer le tuyau à une profondeur encore moindre, les cordes étant en entier au-dessus du niveau du bief inférieur au lieu d'être au-dessous de la soupape. Enfin, si l'on veut transformer l'appareil en machine simplement élévatoire, en supprimant le