This page intentionally left blank.

donc à la conclusion du savant premier commissaire; je propose en outre à la Classe d'ordonner la gravure de la planche qui accompagne la note de M. De Heen. »

La Classe adopte les conclusions de ses commissaires.

— La Classe ordonne le dépôt aux archives des deux travaux suivants de M. Delaurier, comme ayant été soumis déjà à d'autres sociétés savantes : 1° *Preuve expérimentale de la transformation de la chaleur en électricité dans les piles;* 2° *Nouvelle théorie de la cause de la production de l'électricité dans les piles hydro et thermo-électriques.*

— Un travail de M. Catalan : *Notes sur la théorie des fractions continues et sur certaines séries,* ayant donné lieu à des rapports favorables de MM. De Tilly et Folie, la Classe en décide l'impression dans les *Mémoires* in-4°.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Note sur une série double; par M. E. Catalan, associé de l'Académie.

I. Théorème. *Soit*

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$$

Soit la série double, supposée convergente :

$$S = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$$

$$+\frac{m+1}{1}y(a_1x+a_2x^2+\cdots)$$
$$+\frac{(m+1)(m+2)}{1.2}y^2(a_2x^2+\cdots)$$
$$+\cdots;$$

m *étant un nombre entier.*

Si l'on pose

$$\varphi(x, y)=\frac{y^m}{1-y}\left[f(x)-y\,f(xy)\right],$$

on a

$$S=\frac{1}{1.2.3\cdots m}\,\frac{d^m\varphi(x,y)}{dy^m}.$$

Démonstration. En admettant que les termes puissent être groupés dans un ordre arbitraire :

$$S=a_0+\left[1+\frac{m+1}{1}y\right]a_1x$$
$$+\left[1+\frac{m+1}{1}y+\frac{(m+1)(m+2)}{1.2}y^2\right]a_2x^2$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+\left[1+\frac{m+1}{1}y+\ldots\ldots\frac{(m+1)\cdots(m+p)}{1.2\ldots p}y^p\right]a_px^p$$
$$+\cdots;$$

ou, si l'on fait

$$Y_p=1+\frac{m+1}{1}y+\cdots+\frac{(m+1)\ldots(m+p)}{1.2\ldots p}y^p:$$

$$S=\sum_{p=0}^{p=\infty}Y_p\,a_px^p.$$

Le polynôme Y_p est la dérivée $m^{\text{ième}}$ de

$$\frac{1}{1.2\ldots m}\left[y^m + y^{m+1} + \cdots + y^{m+p}\right] = \frac{y^m(1-y^{p+1})}{1.2\ldots m(1-y)}$$

Donc S est la dérivée $m^{\text{ième}}$ de

$$\frac{y^m}{1.2\ldots m(1-y)}\sum_{p=0}^{p=\infty}(1-y^{p+1})a_p x^p;$$

c'est-à-dire, la dérivée $m^{\text{ième}}$ de

$$\frac{y^m}{1.2\ldots m(1-y)}\left[f(x) - y\,f(xy)\right],$$

conformément à l'énoncé.

2. REMARQUE. Si $m = 0$,

$$S = \frac{f(x) - yf(xy)}{1-y}.$$

3. *Exemple* (*) :

$$m = 1,$$

$$f(x) = \frac{1}{1.2.3.4} - \frac{x}{1.2.3.4.5.6} + \frac{x^2}{1.2\ldots 7} - \cdots$$

Il est visible que

$$f(x) = \frac{1}{x^2}\left[\cos(\sqrt{x}) - 1 + \frac{1}{2}x\right].$$

Donc

$$f(xy) = \frac{1}{x^2y^2}\left[\cos(\sqrt{xy}) - 1 + \frac{1}{2}xy\right],$$

$$\varphi(x,y) = \frac{1-\cos(\sqrt{x})}{x^2} + \frac{\cos(\sqrt{x}) - \cos(\sqrt{xy})}{(1-y)x^2},$$

(*) Proposé par un Astronome.

$$\frac{d\varphi}{dy}=\frac{1}{(1-y)^2x^2}\left[\frac{(1-y)\sqrt{x}\sin\left(\sqrt{xy}\right)}{2\sqrt{y}}+\cos\left(\sqrt{x}\right)-\cos\left(\sqrt{xy}\right)\right];$$

et, finalement,

$$S=\frac{1}{(1-y)^2x^2}\left[\frac{(1-y)\sqrt{x}\sin\left(\sqrt{xy}\right)}{2\sqrt{y}}+\cos\left(\sqrt{x}\right)-\cos\sqrt{xy}\right].$$

Synopsis des Æschnines; par M. le baron Edm. de Selys Longchamps, membre de l'Académie.

Première partie : CLASSIFICATION.

Linné comprenait tous les Odonates en un seul genre: *Libellula,* dans lequel il n'a connu que deux Æschnines, la *juncea* et la *grandis.*

Fabricius a créé les genres *Agrion* et *Æschna.* Dans le second sont réunies les *Gomphines* et les *Æschnines* actuelles. Parmi ces dernières, dont je m'occupe aujourd'hui, il ne décrit que deux espèces : les *Æ. grandis* et *héros.*

Latreille n'a rien changé à la classification de Fabricius.

Burmeister (1838) comprend dans le genre *Æschna* toute la sous-famille, et y ajoute en plus une espèce (*annulata*) qui appartient selon moi aux Gomphines et forme le type du *G. Cordulegaster* (*C. annulatus* Lat.).

Rambur (1842) admet avec raison dans sa famille Æschnides les mêmes genres que j'y place. Il n'en compte que trois : *Anax* créé par Leach, *Æschna* Fabricius et *Gynacantha,* qu'il a établis. Il décrit trente-neuf espèces.